ANÁLISE DO ESCORREGAMENTO DE ESTACAS VERTICAIS VIA ACOPLAMENTO MEC-MEF

Guilherme Basílio Vick
Dimas Betioli Ribeiro
guilherme.vick@gmail.com
dimas.ribeiro@usp.br
Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Av Prof Almeida Prado, 83, tv 2, 05508-070, São Paulo, SP, Brasil

Resumo. *Este trabalho apresenta um método para a análise de problemas de interação estaca-solo, acoplando-se o Método dos Elementos de Contorno (MEC) ao Método dos Elementos Finitos (MEF). O solo é modelado com o MEC, utilizando-se as soluções fundamentais de Mindlin, supondo um meio semi-infinito, homogêneo, isotrópico e elástico-linear. As estacas, modeladas com o MEF, consistem de um elemento único, com quatro nós. Cada uma delas é representada no MEC como uma linha de carga. É considerado o escorregamento das estacas em relação ao maciço, empregando modelos de aderência para definir a evolução das tensões do fuste ao longo do escorregamento. São empregados, como funções de forma, polinômios cúbicos para os deslocamentos verticais e quadráticos para as tensões verticais do fuste. A reação da ponta da estaca é calculada supondo tensão constante na base. São apresentados exemplos de aplicação para validar a formulação, mostrando ser uma boa alternativa para a resolução deste tipo de problema.*

Palavras-chave: *Elementos de contorno, Elementos Finitos, Estaca, Escorregamento.*

1 INTRODUÇÃO

Diversos problemas práticos de engenharia envolvem a previsão do comportamento de grupos de estacas, havendo, portanto, uma demanda por códigos computacionais capazes de simular tais situações. Como o solo é formado na natureza sem qualquer tipo de controle tecnológico, propriedades complexas como anisotropia, porosidade e descontinuidades podem estar presentes. Uma formulação que inclua todas estas propriedades requer alto custo computacional, problema agravado pela necessidade de modelar-se o solo como um sólido de grandes proporções. O custo é ainda maior caso uma análise tridimensional seja necessária, podendo inclusive inviabilizá-la. Uma forma de contornar este obstáculo é incluir simplificações no desenvolvimento da formulação do solo, reduzindo o tempo de processamento do código resultante. No entanto, quanto mais simplificada for a formulação, mais distante ela se torna do problema real a ser modelado. Neste contexto, um desafio a ser vencido é obter uma ferramenta numérica que seja, ao mesmo tempo, realista e viável.

Motivados por este desafio, diversos autores se dedicaram ao desenvolvimento de técnicas numéricas para a simulação de problemas de interação estaca-solo, conforme apresentado abaixo.

Caso seja possível, uma boa opção é empregar métodos analíticos, tal como no trabalho de Randolph & Wroth (1979). Tal abordagem fornece resultados precisos com baixo custo computacional, no entanto as soluções obtidas são válidas somente para problemas específicos. Outra opção é o modelo de Winkler, o qual é empregado no trabalho de Tahghighi & Konagai (2007). Neste modelo o solo é substituído por um sistema de molas equivalente e discreto, sendo sua desvantagem a dificuldade de calcular valores em pontos internos do maciço. Outro modelo que deve ser citado é o método da camada finita, conforme aplicado no trabalho de Ta & Small (1998). Aplicando esta teoria em um problema tridimensional este fica reduzido a apenas duas dimensões, no entanto este método é válido somente em problemas elásticos.

Uma ferramenta numérica poderosa que é utilizada por muitos autores (Ottaviani (1975); Chow & Teh (1991); Comodromos et al. (2005); Said et al. (2009)) é o método dos elementos finitos (MEF). O MEF é, na maioria dos casos, a opção mais eficiente e prática para a análise de estruturas. No entanto, o MEF perde um pouco da sua praticidade quando utilizado para simular o solo como um sólido infinito e tridimensional, pelo grande número de elementos necessários. Uma forma de amenizar este problema é empregando elementos infinitos, tal como realizado por Marques & Owen (1984) e Sadecka (2000).

Uma técnica numérica que pode ser considerada eficiente para este tipo de problema é o método dos elementos de contorno (MEC). Como somente o contorno do domínio do problema é dividido em elementos, a análise fica reduzida em uma dimensão. Isto diminui o custo computacional envolvido na resolução de equações e geração de malha, além de simplificar o armazenamento de dados. Devido a estas vantagens vários autores utilizam o MEC na análise da interação estaca-solo, conforme pode ser observado nos trabalhos citados a seguir.

O modelo de Steinbrenner, o qual considera uma camada de solo indeslocável a uma profundidade prescrita, foi aplicado em Poulos & Davies (1968), considerando uma estaca incompressível imersa no solo. Submetida a uma carga axial, esta estaca é dividida em elementos cilíndricos, cada qual submetido a uma tensão de cisalhamento uniforme. A ponta da estaca é uma base alargada, na qual se considera unicamente a tensão axial. Esta mesma formulação foi empregada em Poulos (1968), considerando então grupos de estacas. O ponto de partida é a interação de duas estacas, a partir da qual é obtido um coeficiente de influência.

Para grupos com mais de duas estacas é feita uma superposição de efeitos, tomando as estacas duas a duas. São analisados diversos grupos de estacas idênticas variando seu número e posicionamento, sendo todas submetidas ao mesmo carregamento.

Em Butterfield & Banerjee (1971) são analisados grupos de estacas ligadas por uma placa rígida. É aplicada uma força concentrada e vertical na placa, determinando então o deslocamento vertical estabelecido no sistema. Em Banerjee (1976) é feito um estudo semelhante considerando então estacas inclinadas e utilizando o método indireto das equações integrais, podendo ser aplicada na placa uma força ou um momento. Outra extensão foi adicionada a esse trabalho em Banerjee (1978), tornando possível simular um solo com módulo de elasticidade linearmente variável com a profundidade.

No trabalho de Chin & Chow (1990) o MEC é empregado na análise de grupos de estacas, porém a solução fundamental utilizada na formulação é obtida a partir de Chan et al. (1974). Esta solução corresponde a uma força concentrada aplicada no interior de um solo composto por duas camadas.

Em Mendonça & Paiva (2000) é apresentada uma formulação do MEC para a análise de grupos de estacas ligadas por uma placa flexível, considerando apenas cargas verticais aplicadas no sistema. O solo é representado como um semi-espaço infinito, homogêneo, isotrópico, elástico e de comportamento linear, enquanto que as estacas são simuladas como linhas de carga aplicadas ao meio. Tal formulação foi alterada em Mendonça & Paiva (2003), representando então as estruturas de fundação com o MEF. Para a placa são utilizados elementos finitos bidimensionais, para as estacas emprega-se elementos unidimensionais e o solo é modelado com o MEC. Uma extensão desta formulação foi obtida no trabalho de Matos Filho et al. (2005), permitindo que sejam aplicadas também cargas horizontais, mas considerando a placa rígida.

Em Jeong et al. (2004) são realizados diversos modelos em elementos finitos utilizando software comercial para a análise de estacas imersas em argila sujeitas ao atrito negativo oriundo do carregamento da superfície. A comparação entre modelos que consideram escorregamento e modelos que desprezam mostra que a não consideração de escorregamento leva a resultados mais conservadores e distantes da realidade.

No trabalho de Almeida & Paiva (2007), estacas são modeladas como sólidos tridimensionais com o MEC e o solo, também modelado com o MEC é considerado estratificado. São empregadas as soluções fundamentais de Kelvin, sendo geradas malhas que se estendem até grandes distâncias para representar a superfície livre e as interfaces entre camadas.

Em Rocha (2009) é apresentada uma metodologia para acoplamento MEC/MEF de sólidos reforçados considerando modelos lineares de aderência. Neste caso, o domínio é modelado com o MEC e os enrijecedores com o MEF. É introduzida na formulação uma variável de deslocamento relativo para considerar a perda de aderência entre os meios.

Neste trabalho, utiliza-se uma formulação de acoplamento MEC/MEF para a análise de estacas verticais semelhante à apresentada em Matos Filho (2005), entretanto considera-se a perda de aderência entre os dois meios através da introdução da variável de deslocamento relativo.

2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS DE CONTORNO

Neste trabalho, as tensões reativas das estacas são aplicadas como linhas de carga no meio tridimensional modelado pelo MEC. A Fig. 1 apresenta uma estaca genérica imersa no solo, ilustrando as principais características do modelo numérico a ser utilizado.

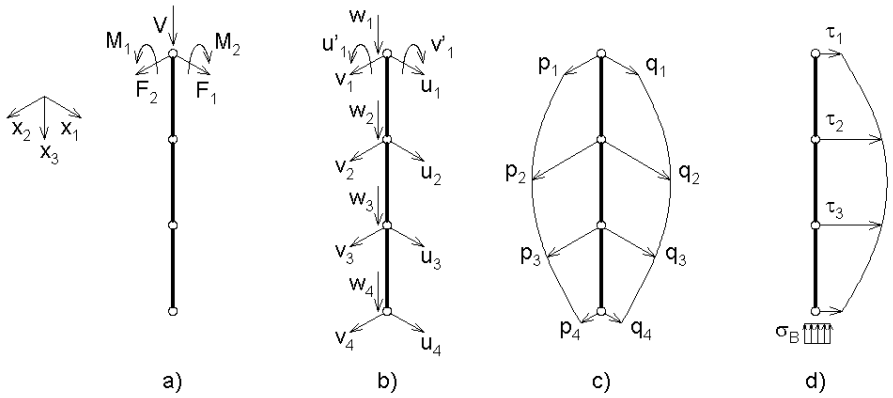

Figura 1. Características do modelo numérico

A figura, que apresenta um elemento de quatro nós igualmente espaçados ao longo de seu comprimento, é dividida em quatro partes. Na Fig. 1a são ilustradas as cargas que podem ser aplicadas no nó do topo da estaca, incluindo forças nas direções x_1, x_2 e x_3 do sistema de coordenadas globais e momentos em torno de x_1 e x_2. Na Fig. 1b estão representados quatorze parâmetros nodais de deslocamento do elemento finito, que incluem deslocamentos nas direções x_1, x_2 e x_3 nos quatro nós mais rotações em torno de x_1 e x_2 no nó do topo. Todas as forças de interação estaca/solo são modeladas como carregamentos distribuídos, assim como ilustrado na Figura 1c para as direções horizontais do fuste e na Figura 1d para as direções verticais do fuste e da base.

A partir da identidade de Somigliana, podem-se relacionar deslocamentos e tensões:

$$u_i(Q) = -\int_\Gamma f^*{}_{ij}(p,Q)u_i(Q)d\Gamma + \int_\Gamma f_i(Q)u^*{}_{ij}(p,Q)d\Gamma + \int_\Omega b_i(q)u^*{}_{ij}(p,q)d\Omega. \quad (1)$$

Nesta expressão, $u_i(Q)$ é o deslocamento de um ponto Q na direção i, os termos $f^*_{i,j}(p,Q)$ e $u^*_{i,j}(p,Q)$ representam, respetivamente, a tensão e o deslocamento do ponto Q, na direção j, provocada por uma carga unitária concentrada no ponto p, aplicada na direção i, $f_i(Q)$ é a força de superfície em um ponto Q, na direção i e $b_i(q)$ é a força de volume em um ponto q, na direção i.

Ao se desprezar as forças de volume, elimina-se o ultimo termo da Eq. (1). Como são utilizadas as soluções fundamentais de Mindlin, têm-se $f^*_{ij} = 0$. Desta forma, obtem-se uma expressão mais simples:

$$u_i(Q) = \int_\Gamma f_i(Q)u^*{}_{ij}(p,Q)d\Gamma. \quad (2)$$

Considerando uma coordenada local ζ, com origem no centro da barra, ou seja, $\zeta = \frac{2}{L}x_3 - 1$, têm-se as seguintes funções de forma cúbicas para aproximar as forças nas direções x_1 e x_2:

$$\{\Phi_i\} = \begin{Bmatrix} \Phi_{ik} \\ \Phi_{il} \\ \Phi_{im} \\ \Phi_{in} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{16}(-9\zeta^3 + 9\zeta^2 + \zeta - 1) \\ \frac{1}{16}(27\zeta^3 - 9\zeta^2 - 27\zeta + 9) \\ \frac{1}{16}(-27\zeta - 9\zeta^2 + 27\zeta + 9) \\ \frac{1}{16}(9\zeta^3 + 9\zeta^2 - \zeta - 1) \end{Bmatrix} \tag{3}$$

Utilizando-se funções de forma quadráticas para interpolar a força na direção x_3, têm-se:

$$\{\Phi_3\} = \begin{Bmatrix} \Phi_{3k} \\ \Phi_{3l} \\ \Phi_{3m} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{8}(9\zeta^2 - 1) \\ \frac{1}{4}(-9\zeta^2 - 6\zeta + 3) \\ \frac{1}{8}(9\zeta^2 + 12\zeta + 3) \end{Bmatrix} \tag{4}$$

.

Unindo Eq. (3) e Eq. (4) em um único vetor Φ, a força em um ponto da linha de carga pode ser escrito da seguinte maneira:

$$f(\zeta) = \{\Phi\}^T\{f\} \tag{5}$$

Logo, a Eq. (2) pode ser expressa na forma a seguir:

$$\{u\} = \left[\int_\Gamma [U^*]\{\Phi\}^T d\Gamma\right]\{f\} \tag{6}$$

Onde $[U^*]$ é a matriz que contem as soluções fundamentais de Mindlin.

Se considerarmos que o solo pode possuir um número de estacas igual a N_{est}, pode-se obter a equação mais geral:

$$\{u\} = \sum_{e=1}^{N_{est}} \left[\int_\Gamma [U^*]\{\Phi\}^T d\Gamma\right]\{f\} \tag{7}$$

Ao se escrever esta equação para todos os nós e agrupar os termos dentro dos colchetes em uma matriz [G], tem-se a equação:

$$\{u_s\} = [G]\{f_s\}. \tag{8}$$

Neste caso, u_s é o vetor dos deslocamentos dos pontos do solo. Pode-se ainda multiplicar ambos os lados por $[G]^{-1}$, obtendo-se:

$$\{f_s\} = [G]^{-1}\{u_s\}. \tag{9}$$

3 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Cada estaca é modelada como um único elemento finito, cujas características gerais são ilustradas na Fig. 1, apresentada na seção anterior. Todos os deslocamentos e carregamentos distribuídos são aproximados empregando funções polinomiais, sendo que o grau dos polinômios é escolhido considerando-se o número de parâmetros definidos em cada situação. Para as direções horizontais são definidos cinco parâmetros nodais de deslocamento, portanto o deslocamento u na direção x_1 e o deslocamento v na direção x_2 podem ser escritos como:

$$u = \{\varphi\}^T \{u_i\} = \{\varphi_{D1} \quad \varphi_{\theta 1} \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \varphi_4\} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_1' \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{Bmatrix}. \tag{10}$$

$$v = \{\varphi\}^T \{v_i\} = \{\varphi_{D1} \quad \varphi_{\theta 1} \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \varphi_4\} \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_1' \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{Bmatrix}. \tag{11}$$

Como são cinco parâmetros, o ideal neste caso é empregar polinômios do quarto grau. Utilizando uma variável auxiliar adimensional $\xi = {x_3}/{L}$ sendo L o comprimento do elemento no sistema global, chega-se às seguintes funções de forma:

$$\{\varphi\} = \begin{Bmatrix} -\frac{99}{4}\xi^4 + 45\xi^3 - \frac{85}{4}\xi^2 + 1 \\ -\frac{9}{2}\xi^4 L + 9\xi^3 L - \frac{11}{2}\xi^2 L + \xi L \\ \frac{81}{2}\xi^4 - \frac{135}{2}\xi^3 + 27\xi^2 \\ -\frac{81}{4}\xi^4 + 27\xi^3 - \frac{27}{4}\xi^2 \\ \frac{9}{2}\xi^4 - \frac{9}{2}\xi^3 + \xi^2 \end{Bmatrix}. \tag{12}$$

O deslocamento w na direção x_3, por sua vez, deve ser definido a partir de quatro parâmetros. Portanto:

$$w = \{\phi\}^T \{w_i\} = \{\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4\} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{Bmatrix}. \tag{13}$$

Quatro parâmetros implicam utilização de funções de terceiro grau. Empregando novamente a variável adimensional ξ, obtém-se:

$$\{\phi\} = \begin{Bmatrix} -\frac{9}{2}\xi^3 + 9\xi^2 - \frac{11}{2}\xi + 1 \\ \frac{27}{2}\xi^3 - \frac{45}{2}\xi^2 + 9\xi \\ -\frac{27}{2}\xi^3 + 18\xi^2 - \frac{9}{2}\xi \\ \frac{9}{2}\xi^3 - \frac{9}{2}\xi^2 + \xi \end{Bmatrix}. \tag{14}$$

Os carregamentos horizontais do fuste, q na direção x_1 e p na direção x_2, são também definidos a partir de quatro parâmetros. Portanto pode-se aproximá-los com as mesmas funções empregadas para os deslocamentos verticais w, ou seja:

$$q = \{\phi\}^T \{q_i\}, \quad p = \{\phi\}^T \{p_i\}. \tag{15}$$

O carregamento no fuste τ na direção x_3, por sua vez, é definido a partir de três parâmetros. Portanto:

$$\tau = \{\omega\}^T \{\tau_i\} = \{\omega_1 \quad \omega_2 \quad \omega_3\} \begin{Bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{Bmatrix}. \tag{16}$$

Para três parâmetros o ideal é empregar funções de segundo grau. Estas funções são:

$$\{\omega\} = \begin{Bmatrix} \frac{9}{2}\xi^2 - \frac{9}{2}\xi + 1 \\ -9\xi^2 + 6\xi + 1 \\ \frac{9}{2}\xi^2 - \frac{3}{2}\xi \end{Bmatrix}. \tag{17}$$

Por fim, como a carga na base da estaca é definida a partir de um único parâmetro, adota-se para ela uma aproximação constante. Isto é:

$$\sigma = \{1\}\{\sigma_b\}. \tag{18}$$

ou simplesmente

$$\sigma = \{\sigma_b\}. \tag{19}$$

Definidas as funções de aproximação o próximo passo é escrever a expressão da energia potencial total do elemento, que é dada por:

$$\begin{aligned}\Pi = \frac{EI}{2}\int_0^L u''^2 dx + \frac{EI}{2}\int_0^L v''^2 dx'' + \frac{EA}{2}\int_0^L w'^2 dx + \int_0^L uq dx + \\ + \int_0^L vp dx + \int_0^L w\omega dx - F_1 u_1 - F_2 v_1 - M_1 u_1' - M_2 v_1' - V w_1\end{aligned}. \tag{20}$$

Na Eq. (20), L é o comprimento da estaca, E é seu módulo de elasticidade, I é o momento de inércia da seção transversal e A é sua área.

Por fim, minimiza-se a expressão da energia potencial total em função dos parâmetros nodais de deslocamento. Isto é feito calculando-se a derivada em relação a cada um dos graus de liberdade e igualando a zero. O resultado é um sistema de equações conforme escrito abaixo:

$$[K]\{u_p\} = \{P\} - [Q]\{f_p\}. \tag{21}$$

Na Eq. (21), K é a matriz de rigidez da estaca. Os vetores u_p, P e f_p contêm, respectivamente, os deslocamentos nodais, as cargas concentradas nos nós e as cargas distribuídas no elemento. A matriz Q transforma as cargas distribuídas em cargas nodais concentradas.

4 ACOPLAMENTO MEC/MEF COM ESCORREGAMENTO

Ao se considerar o deslocamento relativo entre estaca e solo, a equação de equilíbrio Eq. (21) passa a ser escrita na forma:

$$[K]\{u_p\} + [K_s]\{s\} = \{P\} - [Q]\{f_p\}. \tag{22}$$

Onde K_s é a matriz de rigidez referente ao escorregamento e s é o vetor de deslocamentos relativos entre solo e estaca. Por equilíbrio, tem-se:

$$\{f_p\} = \{f_s\}. \tag{23}$$

Utilizando-se Eq. (9) e Eq. (23) na Eq. (22), chega-se em:

$$[K]\{u_p\} + [K_s]\{s\} = \{P\} - [Q][G]^{-1}\{u_s\}. \tag{24}$$

Que ainda pode ser reescrita fazendo-se a substituição $[M] = [Q][G]^{-1}$:

$$[K]\{u_p\} + [K_s]\{s\} + [M]\{u_s\} = \{P\}. \tag{25}$$

Considerando-se a compatibilidade de deslocamentos a seguir:

$$\{u_s\} = \{u_p\} - \{s\}. \tag{26}$$

Reescreve-se a Eq. (25) da seguinte maneira:

$$[K + M]\{u_p\} + [K_s - M]\{s\} = \{P\}. \tag{27}$$

Substituindo-se a Eq. (26) na Eq. (9), tem-se:

$$\{f_s\} = [G]^{-1}\{u_p\} - [G]^{-1}\{u_s\}. \tag{28}$$

De posse das Eq. (27) e Eq. (28), é possível calcular os deslocamentos e tensões no fuste da estaca. Entretanto, a quantidade de incógnitas supera a de equações. Para contornar este problema, parte-se da hipótese de escorregamento nulo, i.e., {s}={0}. Caso a tensão no fuste seja menor ou igual a uma tensão limite f_{lim}, esta hipótese é considerada satisfeita. Caso contrário, o problema é resolvido iterativamente, considerando-se a carga excedente no ponto em que há plastificação do solo:

$$\{\Delta f\} = \{f_s\} - \{f_{lim}\}. \tag{29}$$

Podem-se agrupar as Eq. (27) e Eq. (28) para esta situação:

$$\begin{bmatrix} K + M & K_s - M \\ G^{-1} & -G^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_p \\ \Delta s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta f \end{Bmatrix}. \tag{30}$$

Utiliza-se a Eq. (30) para se obter novos valores de u_p e s. Posteriormente, parte-se novamente para a Eq. (28) até que haja convergência.

5 EXEMPLOS

5.1 Estaca sem escorregamento

O exemplo a seguir (Fig. 2) considera uma estaca cilíndrica imersa no solo, considerado como um semi-espaço homogêneo, isotrópico e elástico-linear, com módulo de elasticidade de $2{,}1111x10^5\ kN/m^2$ e coeficiente de Poisson de 0,2. A estaca, por sua vez, tem 0,6096 m de diâmetro, 6,096 m de comprimento e módulo de elasticidade igual a $2{,}1111x10^7\ kN/m^2$.

São considerados três casos de carregamento não simultâneos: o primeiro considera uma força horizontal, Fx, de 181,6 kN; o segundo, uma força vertical, Fz, igual a 726,4 kN; e o último, um momento, Mx, de 75,826 kNm.

O mesmo exemplo foi resolvido utilizando-se a formulação de acoplamento MEC/MEF apresentada neste texto, sem consideração de escorregamento e utilizando um modelo de elementos finitos, utilizando o software comercial SAP2000®. Neste modelo o solo é composto por elementos de sólido isotrópico, homogêneo, elástico e linear, tanto para as estacas quanto para o solo, que é modelado com 12 m x 12m no plano horizontal (Fig. 3a) e 21,096 m na direção vertical (Fig. 3b).

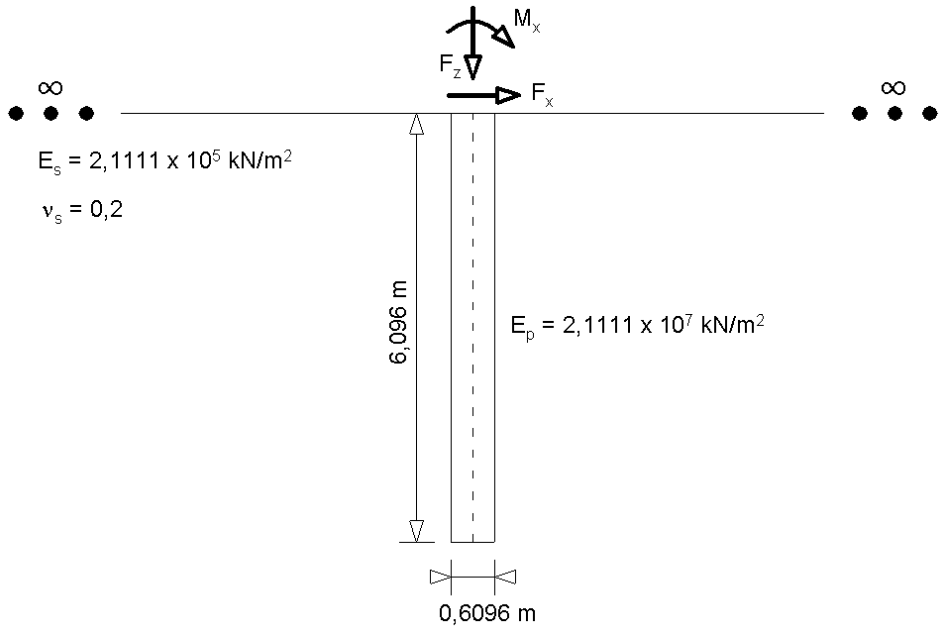

Figura 2. Primeiro exemplo

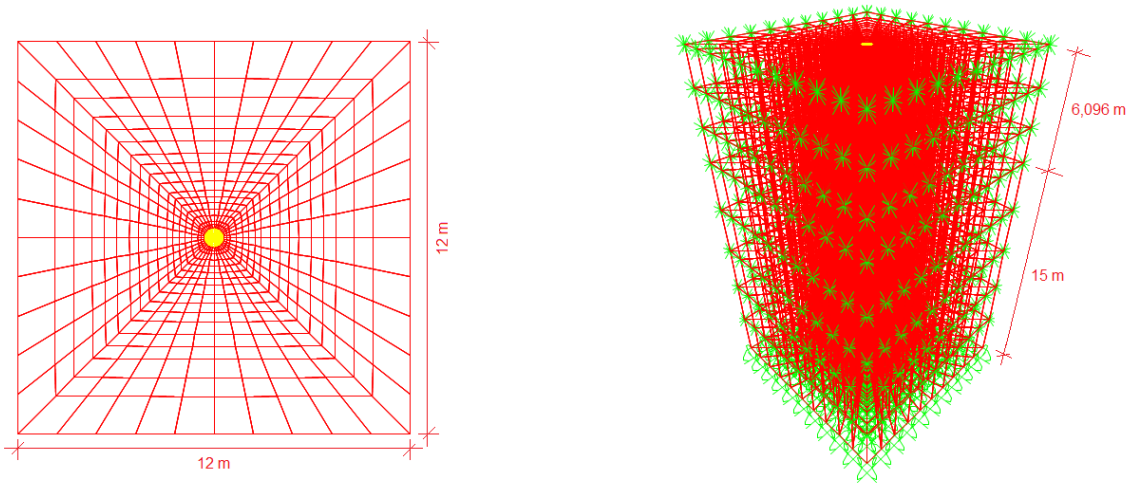

Figura 3. Modelo em elementos finitos

A Fig. 4 ilustra o deslocamento vertical provocado pela carga vertical de 726,4 kN, a Fig. 5 mostra o deslocamento horizontal devido ao momento de 75,826 kNm e a Fig. 6 mostra o deslocamento horizontal devido à carga horizontal de 181,6 kN. Observa-se que os dois métodos conduzem a resultados semelhantes.

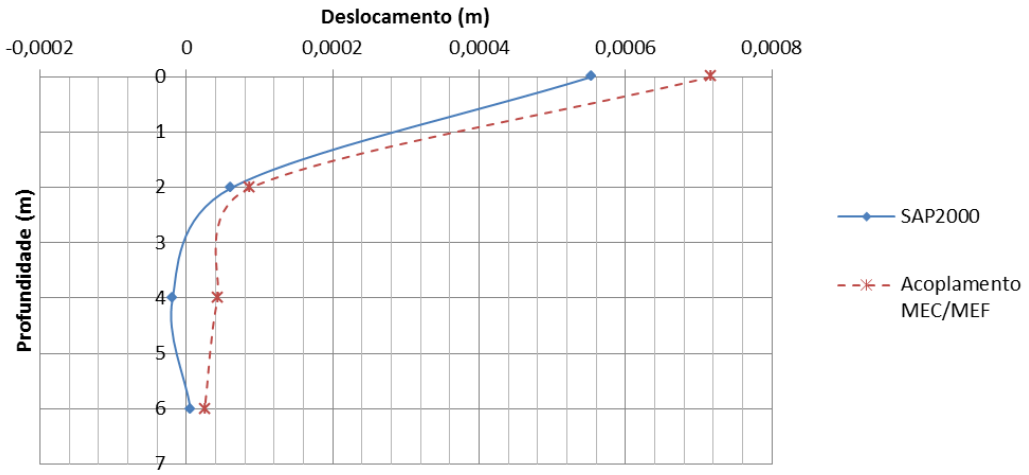

Figura 4: Deslocamento vertical devido à carga vertical de 726,4 kN

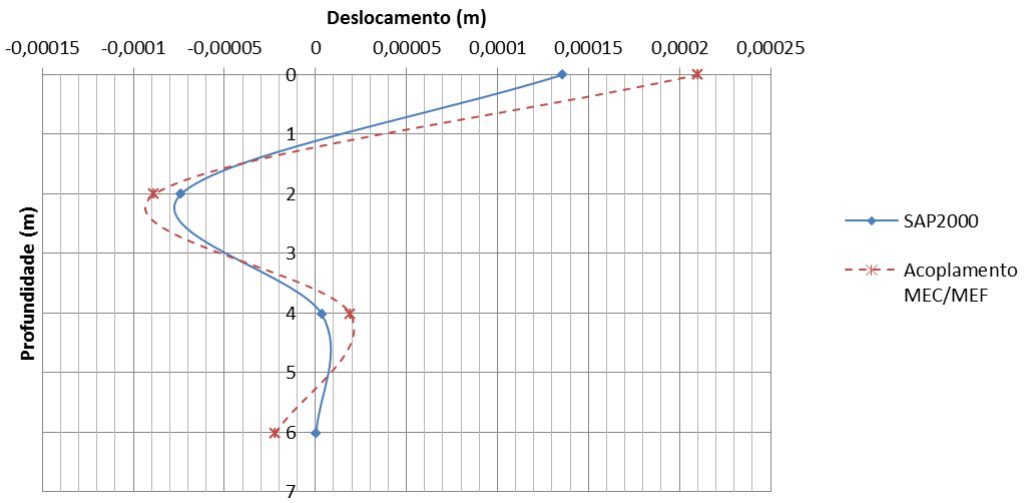

Figura 5: Deslocamento horizontal devido ao momento de 75,826 kNm

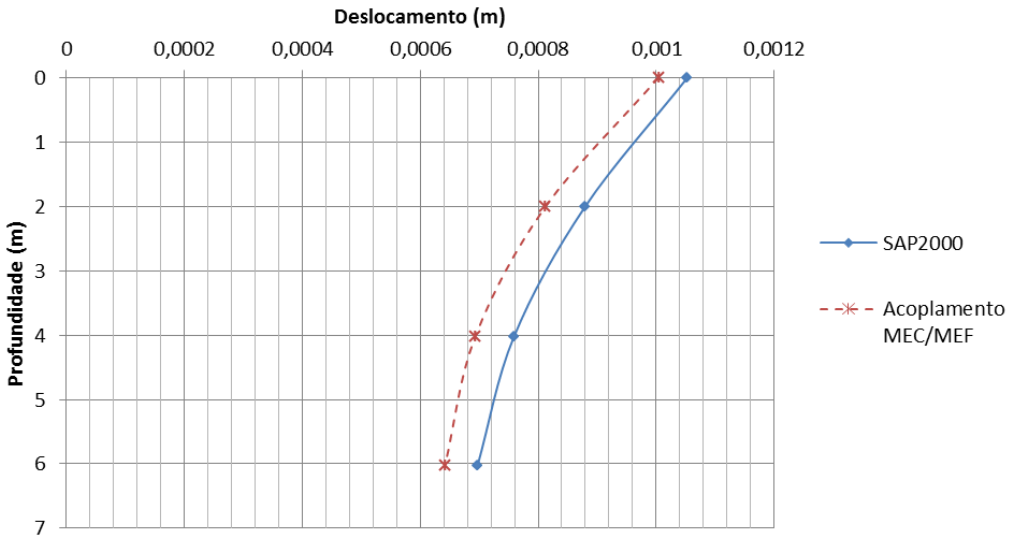

Figura 6: Deslocamento horizontal devido à força horizontal de 181,6 kN

5.2 Estaca com escorregamento

No próximo exemplo (Fig. 7), considera-se uma estaca cilíndrica imersa no solo, considerado como um semi-espaço com as mesmas propriedades físicas do exemplo anterior. A estaca, no entanto, tem 0,80 m de diâmetro, 10 m de comprimento e módulo de elasticidade igual a $2{,}1111x10^7\ kN/m^2$. A aderência entre estaca e solo é considerada através de dois modelos que limitam a tensão máxima no fuste em $f_{máx} = 18{,}89$ kN/m² e em $f_{máx} = 15{,}92$ kN/m² (Fig. 8). É considerado um carregamento vertical (Fz) de 838 kN.

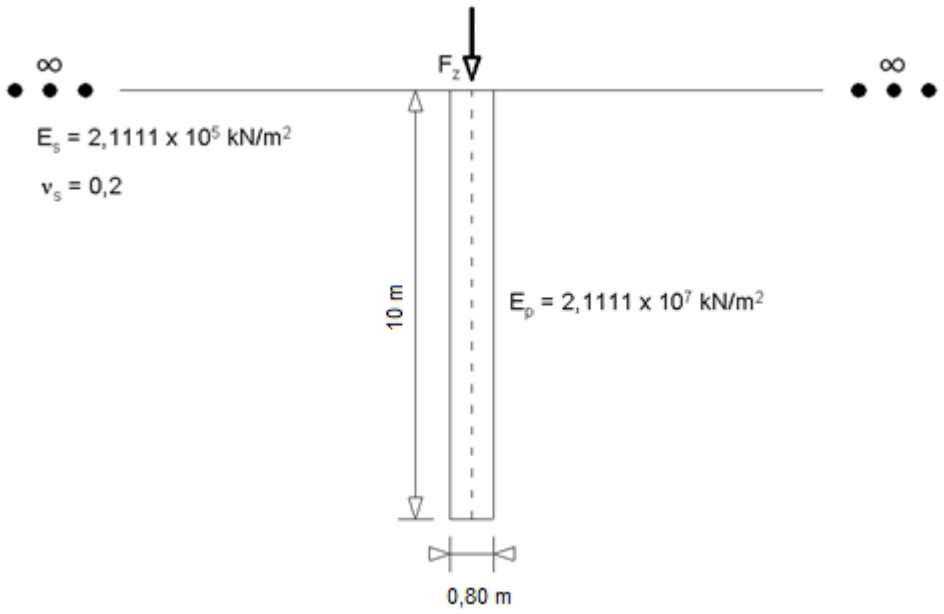

Figura 7: Segundo exemplo

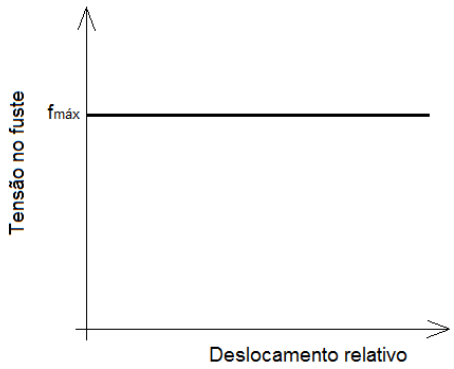

Figura 8: Modelos de aderência

A Fig. 9 mostra o deslocamento dos pontos do fuste sem a consideração de escorregamento e com as considerações de escorregamento para as duas tensões limites. As curvas do caso sem escorregamento e do caso com tensão limite igual a 18,89 kPa são muito próximas, mostrando que o deslocamento relativo é pequeno. Porém, com uma tensão limite menor, ou seja, 15,92 kPa, nota-se uma discrepância bem mais pronunciada em relação ao caso de aderência perfeita.

Pode-se observar na Fig. 10 que a força no fuste também é bastante influenciada pela tensão limite. Com a tensão limite mais alta, tem-se a plastificação da região do topo da estaca apenas. Já com a tensão limite menor, tem-se a plastificação do primeiro terço da estaca. Nota-se também que com a plastificação de regiões próximas ao topo da estaca, tem-se um sobrecarregamento das regiões inferiores da estaca.

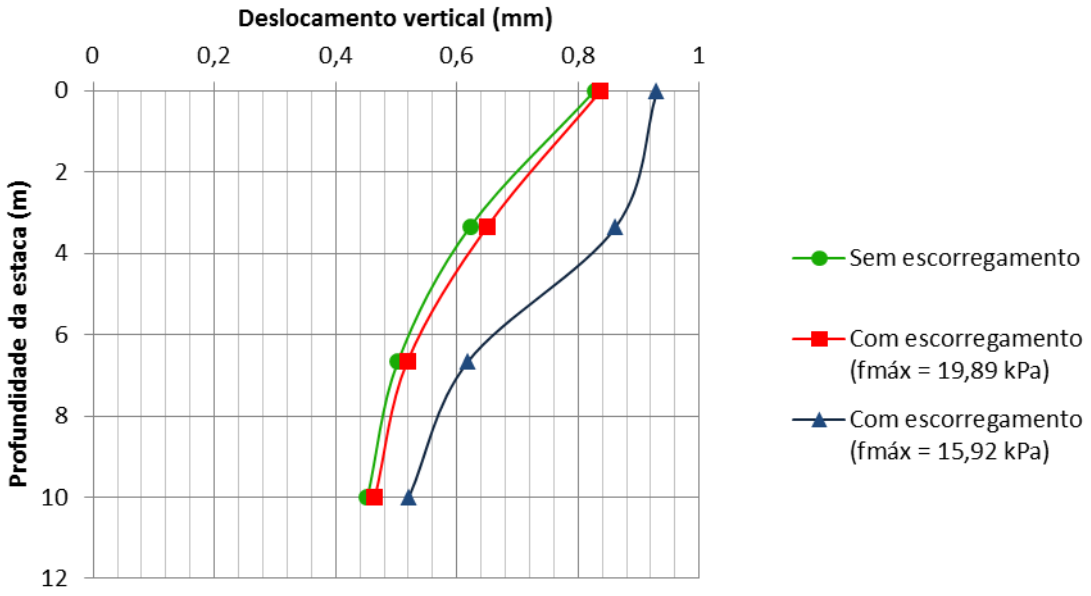

Figura 9: Deslocamento vertical dos pontos do fuste

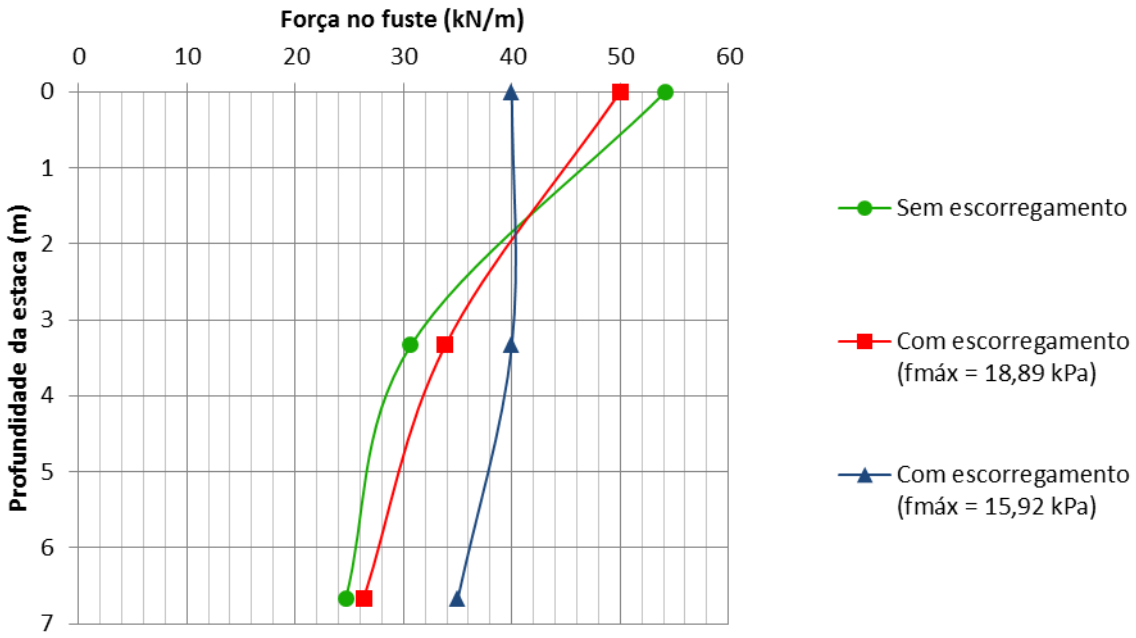

Figura 10: Força vertical na interface solo/estaca

6 CONCLUSÕES

Apresentou-se neste texto uma formulação de problemas de interação estaca-solo com consideração de escorregamento, utilizando acoplamento MEC/MEF. O primeiro exemplo apresentado ilustra um caso de estaca imersa em solo sem consideração de escorregamento. A comparação deste método com um modelo de elementos finitos revela que há concordância entre os métodos.

No segundo exemplo, foi realizada uma análise de estaca imersa em solo, com e sem a consideração de escorregamento. Neste caso, foram verificadas as variações do deslocamento relativo e das tensões do fuste, que mais pronunciadas com tensão limite mais baixa.

A técnica apresentada neste artigo gera bons resultados com custo computacional e tempo de processamento muito baixos, mostrando ser uma ótima ferramenta para a resolução deste tipo de problema.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade de São Paulo e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da EPUSP pelo financiamento.

REFERÊNCIAS

Almeida, V. S., & Paiva, J. B., 2007. Static analysis of soil/pile interaction in layered soil by BEM/BEM coupling. *Advances in Engineering Software*, vol. 38, pp. 835-845.

Banerjee, P. K., 1978. Analysis of axially and laterally loaded pile groups. In: *Developments in Soil Mechanics* - I, chapter 9, p. 317–343. Applied Science Publishers, U. K.

Banerjee, P. K., 1976. Integral equation methods for analysis of piece-wise nonhomogeneous three-dimensional elastic solids of arbitrary shape. *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 18, pp. 293-303.

Beer, G., 2001. *Programming the boundary element method*. Wiley, New York.

Butterfield, R., & Banerjee, P. K., 1971. The problem of pile group-pile cap interaction. *Géotechnique.* vol. 21, pp. 135-142.

Chan, K. S., Karasudhi, P., & Lee, S. L., 1974. Force at a point in the interior of a layered elastic half-space. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 10, pp. 1179-1199.

Chin, J. T., & Chow, Y. K., 1990. Numerical analysis of axially loaded vertical piles and pile groups. *Computers and Geotechnics*, vol. 9, pp. 273-290.

Chow, Y. K., & Teh, C. I., 1991. Pile-cap-pile-group interaction in nonhomogeneous soil. *Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 117, pp. 1655-1668.

Comodromos, E. M., & Bareka, S. V., 2005. Evaluation of negative skin friction effects in pile foundations using 3D nonlinear analysis. *Computers and Geotechnics*, vol. 32, pp. 210–221.

Davis, P. J., & Rabinowitz, P., 1975. *Methods of numerical integration*. Academic Press, New York.

Guiggiani, M., & Gigante, A., 1990. A general algorithm for multidimensional cauchy principal value integrals in the boundary element method. *Journal of Applied Mechanics*, vol. 57, pp. 906- 915.

Jeong, S., Lee, J., & Lee, C.J., 2004. Slip effect at the pile-soil interface on dragload. *Computers and Geotechnics*, vol. 31, pp. 115-126.

Marques, J. M. M. C., & Owen, D. R. J., 1984. Infinite elements in quasi-static materially nonlinear problems. *Computers and Structures*. vol. 18, pp. 739-751.

Matos Filho, R. F., Mendonça, A. V., & Paiva, J. B., 2005. Static boundary element analysis of piles submitted to horizontal and vertical loads. *Engineering analysis with boundary elements*, vol. 29, pp. 195-203.

Mendonça, A. V., & Paiva, J. B., 2000. A boundary element method for the static analysis of raft foundations on piles. *Engineering analysis with boundary elements*, vol. 24, pp. 237-247.

Mendonça, A. V., & Paiva, J. B., 2003. A elastostatic fem/bem analysis of vertically loaded raft and piled raft foundation. *Engineering analysis with boundary elements*, vol. 27, pp 919-933.

Moser, W., Duenser, C., & Beer, G., 2004. Mapped infinite elements for three-dimensional multiregion boundary element analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 61, pp. 317-328.

Ottaviani, M., 1975. Three-dimensional finite element analysis of vertically loaded pile groups. *Géotechnique*, vol. 25, pp. 159-174.

Poulos, H. G., 1968. Analysis of the settlement of pile groups. *Géotechnique*. vol. 18, pp. 449-471.

Poulos, H. G., & Davies, H. G., 1968. The settlement behavior of single axially loaded incompressible piles and piers. *Géotechnique*. vol. 18, pp. 351-371.

Randolph, M. F., & Wroth, C. P., 1979. An analysis of the vertical deformation of pile groups. *Géotechnique*, vol. 29, pp. 423-439.

Ribeiro, D. B., & Paiva, J. B., 2010. Analyzing static three-dimensional elastic domains with a new infinite boundary element formulation. *Engineering analysis with boundary elements*, vol. 34, pp. 707-713.

Rocha, F. C., 2009. *Análise de domínios reforçados através da combinação MEC/MEF considerando modelos de aderência.* Dissertação de mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos.

Sadecka, L., 2000. A finite/infinite element analysis of thick plate on a layered foundation. *Computers and Structures*. vol. 76, pp. 603-610.

Said, I., Gennaro, V., & Frank, R., 2009. Axisymmetric finite element analysis of pile loading tests. *Computers and Geotechnics*, vol. 36, pp. 6-19.

Ta, L. D., & Small, J. C., 1998. Analysis and performance of piled raft foundations on layered soils-case studies. *Soil and Foundations*, vol. 38, pp. 145-150.

Tahghighi, H., & Konagai, K., 2007. Numerical analysis of nonlinear soil–pile group interaction under lateral loads. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 27, pp. 463-474.